РОСЖЕЛДОР
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Ростовский государственный университет путей сообщения
(ФГБОУ ВО РГУПС)
Лискинский техникум железнодорожного транспорта имени И.В. Ковалева
(ЛТЖТ – филиал РГУПС)

МАТЕМАТИКА

Задания на контрольную работу и методические рекомендации по выполнению работы для студентов заочной формы обучения специальности

23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)

2015

УДК 51

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы по математике предназначены для студентов первого курса заочной формы обучения специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)

Автор
Власова О.О., преподаватель ЛТЖТ – филиала РГУПС

Рецензент
Новикова Е.В., преподаватель ЛТЖТ - филиала РГУПС

Рассмотрено на заседании цикловой комиссии математических и общих естественнонаучных дисциплин, протокол от 01.09.2015 №1

Рекомендовано методическим советом ЛТЖТ – филиала РГУПС, протокол от 02.09.2015 №1

Введение

Решение задач по математике у студентов-заочников техникумов часто сопряжено со многими трудностями. Помочь учащемуся преодолевать эти трудности, научить применять теоретические знания к решению задач по математике – основное назначение настоящего пособия.

В каждой теме приведены краткие теоретические сведения, описаны приемы решения типовых задач, дана их классификация и образцы записи решений, а затем следуют задачи для самостоятельного выполнения контрольной работы. Такая форма изложения позволяет учащемуся сначала познакомиться с приемами решения типовых задач и оформлением записи их решений, а затем приступить к выработке навыков в их самостоятельном решении.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 3

Пояснительная записка . . . . ……... …5

Содержание учебной дисциплины . . . . …..………8

Задание на контрольную работу . . . . ……………..12

Методические указания к выполнению контрольной работы 17

Перечень практических занятий. . . . . ………………..29

Вопросы для самопроверки при подготовке к экзамену. . .. . ……………………..30

Заключение 31

Список источников 32

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В настоящее время математика и ее методы широко используются при решении научно-технических проблем и народнохозяйственных задач. Происходит математизация всех наук, математика глубоко проникает во все отрасли народного хозяйства. Математические методы позволяют решать проблемы планирования производства и расшифровывать древние рукописи, проверять качество проектов и организовывать движение транспорта, прокладывать каналы и запускать космические корабли.

Математика является одной из таких наук, развитие которых служит необходимым условием ускорения научно-технического прогресса и повышение эффективности других наук.

Основная задача предмета «Математика» для средних специальных заведений состоит в том, чтобы вооружить студентов основами математических знаний, умений и навыков в объеме, необходимом для их повседневной практической деятельности, для усвоения общетехнических и специальных предметов, а также для дальнейшего повышения квалификации путем самообразования.

Учебным планом предусмотрена дисциплина «Математика» с объемом 96 часов аудиторных занятий при дневной форме обучения; при заочной форме обучения студент-заочник самостоятельно работает над этим программным учебным материалом и только 16 часов отводится на установочные и практические занятия под руководством преподавателя.

В результате изучения дисциплины студент

должен иметь представление:

- о роли и месте математики в современном мире, общности ее понятий и представлений;

должен знать:

- основные понятия и методы математическо-логического синтеза и анализа логических устройств;
- решать прикладные электротехнические задачи методом комплексных чисел.

должен уметь:

- применять математические методы дифференциального и интегрального исчисления для решения профессиональных задач;
- применять основные положения теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности;
- использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях.

Данные методические указания ставят своей целью оказание помощи студентам-заочникам в организации их самостоятельной работы, содержат разъяснения некоторых теоретических положений для решения примеров и задач, способов их решения, вопросы для самопроверки, задания на контрольную работу.

Рекомендуется следующая последовательность изучения материала

1. Ознакомиться с содержанием программы.

2. Изучить материал по указанной в методических указаниях литературе.
3. Ответить на вопросы для самопроверки.
4. Закрепить усвоение материала путем разбора решенных задач в данных методических указаниях, на практических занятиях, в учебнике.
5. Приступить к решению задач контрольной работы, предварительно изучив материал, касающийся содержания задач.

Требования к выполнению и оформлению контрольной работы

Контрольные работы следует выполнять самостоятельно и лишь после того, как проработан соответствующий теоретический материал и решен необходимый минимум задач. Так как каждой теме соответствует задача или упражнение, то контрольную работу следует выполнять постепенно по мере изучения материала.

При решении задач следует обосновать каждый шаг решения, исходя из теоретических основ курса. Не следует применять формулы, которые не входят в программу. Решение должно быть доведено до окончательного ответа.

1. Каждая работа выполняется в отдельной тетради школьного формата. Следует пронумеровать страницы и оставить на них поля не менее 3 см для замечаний преподавателя.
2. На обложке тетради должен быть приклеен титульный лист утвержденного образца или аккуратно записаны все данные титульного листа: шифр, специальность, фамилия, имя, отчество учащегося, предмет и номер работы.
3. Работа должна быть выполнена чернилами одного цвета, аккуратно и разборчиво.
4. Каждую задачу надо начинать с новой страницы.
5. Решение задач желательно располагать в порядке номеров, указанных в задании.
6. Условия задач должны быть обязательно переписаны полностью в контрольную тетрадь; к геометрическим задачам, кроме того, дается установленная краткая запись условия.
7. При оформлении записей в тетради необходимо выполнять общие требования к культуре их ведения.
8. Решения задач должны сопровождаться краткими, но достаточно обоснованными пояснениями, используемые формулы нужно выписывать.
9. Чертежи следует выполнять карандашом с использованием чертежных инструментов, соблюдая масштаб.
10. В конце работы следует указать литературу, которой вы пользовались, проставить дату выполнения работы и подпись.
11. Если в работе допущены недочеты и ошибки, то учащийся должен выполнить все указания преподавателя, сделанные в рецензии.
12. Контрольные работы должны быть выполнены в срок (в соответствии с учебным планом-графиком). В период сессии работы на проверку не принимаются.
13. Работа, выполненная не по своему варианту, не учитывается и возвращается учащемуся без оценки.
14. Учащиеся, не имеющие зачета по контрольной работе, к экзамену не допускаются.
15. Во время экзамена зачтенные контрольные работы представляются преподавателю вместе с данными методическими указаниями.

16. Каждая контрольная работа имеет 50 вариантов. Вариант работы выбирается по двум последним цифрам шифра (номера личного дела). Например, учащиеся, имеющие шифры 23, 117, 300, 207, получат вариант 23, 17, 00, 07. Учащиеся, у которых шифры от 1 до 9 должны добавить впереди цифру «0», т.е. они получат варианты 01, 02, …, 09.

В процессе изучения дисциплины студент-заочник должен выполнить одну контрольную работу.

После выполнения контрольной работы и практических занятий в сроки, предусмотренные учебным графиком, для проверки знаний студентов проводится экзамен по дисциплине «Математика».

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Введение

История возникновения, развития и становления математики как основополагающей дисциплины, необходимой для изучения профессиональных дисциплин. Цели, задачи математики. Связь математики с общепрофессиональными и специальными дисциплинами.

Студент должен иметь представление:

– о роли математики при изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин в профессиональной деятельности.

Раздел 1 Математический анализ

Тема 1.1 Дифференциальное и интегральное исчисление

Пределы и непрерывность. Производная. Исследование функции с помощью производной. Неопределенный и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Частные производные. Нахождение пределов функций. Вычисление определенного интеграла.

Студент должен знать:

- первый и второй замечательные пределы;
- определение производной, ее геометрический смысл;
- таблицу производных;
- формулы производных суммы, произведения, частного;
- основные методы интегрирования;
- таблицу простейших интегралов;
- формулу Ньютона-Лейбница;
- определение частной производной;
- свойства определенного и неопределенного интегралов.

Студент должен уметь:

- вычислять производные функции при данном значении аргумента;
- исследовать функции с помощью производной и строить графики;
- интегрировать простейшие определенные интегралы;
- вычислять площади плоских фигур;
- находить частные производные различных порядков.

Тема 1.2 Дифференциальные уравнения

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Диф. уравнения с разделяющимися переменными. Однородные диф. уравнения I порядка. Однородные диф. уравнения I порядка. Дифференциальные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами.

Студент должен знать:

- типы задач, приводящие к дифференциальным уравнениям;
- определение дифференциального уравнения;
- определение общего и частного решений дифференциальных уравнений, их геометрической интерпретации;
- об интегральных кривых – решениях дифференциального уравнения;

– методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными, дифференциальных уравнений первого порядка, дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Студент должен уметь:

- составлять дифференциальные уравнения на простейших задачах;
- решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными;
- решать однородные дифференциальные уравнения первого порядка;
- решать однородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 1.3 Ряды

Числовые ряды. Признак Даламбера. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Степенные ряды. Ряды Фурье. Определение сходимости степенных рядов.
Студент должен знать:

- определение числовых и функциональных рядов;
- необходимый и достаточный признаки сходимости рядов, признак Даламбера;
- признаки знакопеременных рядов, признак Лейбница;
- метод представления функций в степенные ряды с помощью Маклорена.

Студент должен уметь:

- определять сходимость числовых и функциональных рядов по признаку Даламбера;
- применять признак Лейбница для знакопеременных рядов;
- разлагать элементарные функции в ряд Маклорена.

Раздел 2 Основы дискретной математики

Тема 2.1 Основы теории множеств

Множество и его элементы. Пустое множество, подмножества некоторого множества. Числовые множества. Понятие функции и способы ее задания, композиция функций. Изображение множеств с помощью кругов Эйлера. Выполнение операций над множествами.

Студент должен иметь представление:

- о способах задания множеств;
- о диаграммах Эйлера.

Студент должен знать:

- определения: множества, отношения;
- операции и свойства операций над множествами;
- свойства отношений.

Тема 2.2 Основы теории графов

История возникновения понятия графа. Определение графа. Элементы графа. Связанные графы. Деревья. Ориентированный граф. Изображение графа на плоскости. Применение теории графов при решении профессиональных задач.

Студент должен иметь представление:

- о связи понятия графов и понятия отношения.

Студент должен знать:

- определение графов и его элементов;
- виды графов и операции над ними.

<u>Раздел 3</u> Основы теории вероятностей

<u>Тема 3.1</u> Вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

Понятие события и вероятности события. Достоверные и невозможные события. Классическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Решение задач с использованием классического определения вероятности.

Студент должен знать:

- определение числовых и функциональных рядов;
- теорему сложения вероятностей;
- теорему умножения вероятностей;

Студент должен уметь:

- находить вероятность в простейших задачах, используя классическое определение вероятностей;
- решать задачи с применением теоремы сложения вероятностей для несовместных событий.

<u>Тема 3.2</u> Случайная величина, ее функция распределения

Случайная величина, ее функция распределения.

Студент должен знать:

- определение случайной величины;
- определение функции распределения;

Студент должен уметь:

- выполнять построение функции распределения.

<u>Тема 3.1</u> Математическое ожидание и дисперсия

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины.

Студент должен знать:

- определение математического ожидания, дисперсии дискретной случайной величины;
- среднее квадратичное отклонение случайной величины.

Студент должен уметь:

- находить математическое ожидание и дисперсию случайной величины по заданному закону ее распределения;
- находить среднее квадратичное отклонение случайной величины.

Раздел 4 Основные численные методы

Тема 4.1 Численное интегрирование

Формулы прямоугольников. Формула трапеций. Формула Симпсона. Абсолютная погрешность при численном интегрировании.

Студент должен знать:

- определение числовых и функциональных рядов;
- способы представления функции в виде прямоугольников и трапеций;
- формулу Симпсона;
- выражения для определения абсолютных погрешностей.

Студент должен уметь:

- вычислять интегралы по формулам прямоугольников, трапеций и формуле Симпсона.

Тема 5.2 Численное дифференцирование

Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Ньютона.

Студент должен знать:

- интерполяционные формулы Ньютона;
- таблицу конечных разностей.

Студент должен уметь:

- по табличным данным находить аналитическое выражение производной.

Тема 5.3 Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Интегральная кривая. Метод Эйлера.

Студент должен знать:

- метод Эйлера для решения задачи Коши;

Студент должен уметь:

- Выполнять построение интегральной кривой.

ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

Все задания на домашние контрольные работы составлены в 50 вариантах. Вариант контрольной работы определяется двумя последними цифрами шифра студента по таблице вариантов контрольной работы.

Таблица 1

Таблица вариантов контрольной работы

Две последние цифры шифра		№ варианта	Номер задач	Две последние цифры шифра		№ варианта	Номер задач
01	51	1	1,11,21,31,41	26	76	26	1,16,28,32,47
02	52	2	2,12,22,32,42	27	77	27	2,17,29,33,48
03	53	3	3,13,23,33,43	28	78	28	3,18,30,34,49
04	54	4	4,14,24,34,44	29	79	29	4,19,21,35,50
05	55	5	5,15,25,35,45	30	80	30	5,20,22,36,41
06	56	6	6,16,26,36,46	31	81	31	3,19,28,35,47
07	57	7	7,17,27,37,47	32	82	32	4,20,29,36,48
08	58	8	8,18,28,38,48	33	83	33	5,11,30,37,49
09	59	9	9,19,29,39,49	34	84	34	6,12,21,38,50
10	60	10	10,20,30,40,50	35	85	35	7,13,22,39,41
11	61	11	2,19,28,33,45	36	86	36	8,14,23,40,42
12	62	12	3,20,29,34,46	37	87	37	9,15,24,31,43
13	63	13	4,11,30,35,47	38	88	38	10,16,25,32,44
14	64	14	5,12,21,36,48	39	89	39	1,17,26,33,45
15	65	15	6,13,22,37,49	40	90	40	2,18,27,34,46
16	66	16	7,14,23,38,50	41	91	41	7,19,28,36,43
17	67	17	8,15,24,49,41	42	92	42	8,20,29,37,44
18	68	18	9,16,25,40,42	43	93	43	9,11,30,38,45
19	69	19	10,17,26,31,43	44	94	44	10,12,21,39,46
20	70	20	1,18,27,32,44	45	95	45	1,13,22,40,47
21	71	21	6,11,23,37,42	46	96	46	2,14,23,31,48
22	72	22	7,12,24,38,43	47	97	47	3,15,24,32,49
23	73	23	8,13,25,39,44	48	98	48	4,16,25,33,50
24	74	24	9,14,26,40,45	49	99	49	5,17,26,34,41
25	75	25	10,15,27,31,46	50	00	50	6,18,27,35,42

Задачи № 1-10

Вычислите пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{3x^2-5x-2}{2x^2-x-6}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x+1}{3x^2+x+4}$
2. $\lim\limits_{x\to -5}\frac{2x^2+15x+25}{5-4x-x^2}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2-2x+1}{5x^2-2x+1}$
3. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{4x^2+7x+3}{2x^2+x-1}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3-2x-x^2}{x^2+4x+1}$
4. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x^2-9x+9}{x^2-5x+6}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2-5x+4}{x^3-x+1}$
5. $\lim\limits_{x\to 4}\frac{5x-x^2-4}{x^2-2x-8}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2+x-4}{3+x-4x^2}$
6. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x^2-2x-8}{2x^2+5x+2}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-7x+1}{3x^2+x+3}$
7. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{x^2-4x+3}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+5x+4}{2x^2-x+1}$
8. $\lim\limits_{x\to -3}\frac{6-x-x^2}{3x^2+8x-3}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3-2x+1}{3x^2+4x+2}$
9. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-1}{5x^2-4x-1}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5-2x-3x^2}{x^2+x+3}$
10. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+2x-8}{8-x^3}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+3x+4}{2x^3+5x-1}$

Задачи № 11-20

В задачах №№ 11-20 исследовать данные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики. При исследовании функции следует найти ее интервалы возрастания и убывания и точки экстремума, интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции.

11. $y = x^2 \cdot (x-2)^2$

12. $y = (x^2-4)\cdot(x+3)$

13. $y = 3x^2 - 2 - x^3$

14. $y = 2x^3 - 3x^2 - 5$

15. $y = 4x - x^3$

16. $y = (1-x)\cdot(x^2-9)$

17. $y = (2x-3)\cdot(x^2+1)$

18. $y = (9-x^2)\cdot(x-2)$

19. $y = 2-3x^2-x^3$

20. $y = 24x-6x^3$

Задачи № 21-30

В задачах №21-30 вычислить неопределенные интегралы и результаты интегрирования проверить дифференцированием.

21. a) $\int(2x-\frac{5}{x}+\sqrt[3]{x})dx$; b) $\int\frac{x^2dx}{3x^3+4}$; c) $\int xsin2x\,dx$.	22. a) $\int(4x^3+\frac{3}{x^4}-\sqrt{x})dx$; b) $\int\frac{x\,dx}{x^2+4}$; c) $\int lnx\,dx$.
23. a) $\int(5x^4-\frac{2}{\sqrt[3]{x}}+e^x)dx$; b) $\int sin^2xcos\,dx$; c) $\int xe^x\,dx$.	24. a) $\int\left(x^3-\frac{5}{x^3}+\sqrt[4]{x}\right)dx$; b) $\int\frac{dx}{cos^2(3x-1)}$; c) $\int xlnx\,dx$.
25. a) $\int(6x^5+\frac{2}{x^3}-\sqrt[4]{x^3})dx$; b) $\int\frac{sinx\,dx}{cos^2x}$; c) $\int xe^{3x}dx$.	26. a) $\int(6x^2-\frac{5}{x}+\sqrt[4]{x^3})dx$; b) $\int xe^{x^2+3}dx$; c) $\int x\cos x\;dx$.
27. a) $\int\left(10x^4+\frac{4}{x^2}-\sqrt[3]{x^2}\right)dx$; b) $\int tg3x\,dx$; c) $\int ln5x\,dx$.	28. a) $\int\left(4x-\frac{5}{x^3}+\sqrt[4]{x}\right)dx$; b) $\int ctg2x\,dx$; c) $\int xsin3x\,dx$.

29. a) $\int \left(7x^6 - \frac{6}{x^7} - e^x\right) dx;$ b) $\int \frac{x^2 dx}{2x^3+1};$ c) $\int x\cos 4x\, dx.$	30. a) $\int \left(3x^2 + \frac{6}{x^7} + \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx;$ b) $\int \cos^3 x \sin x\, dx;$ c) $\int xe^{4x} dx.$

Задания № 31-40.

В задачах №31-40 вычислить фигуры, отмеченной указанными линиями. Сделать чертеж.

31. $y = x^2 - 4x + 3, y = x - 1$	32. $y = x^2 + 2x, y = x + 2$
33. $y = x^2 + 4x + 3, y = x + 3$	34. $y = x^2 - 6x + 10, y = x$
35. $y = x^2 - 2x - 1, y = x - 1$	36. $y = x^2 + 6x + 8, y = x + 4$
37. $y = x^2 + 6x + 8, y = x + 4$	38. $y = x^2 + 8x + 15, y = x + 5$
39. $y = x^2, y = x + 2$	40. $y = x^2 - 1, y = x + 1$

Задачи №№ 41-50

Задан закон распределения дискретной случайной величины. Вычислить: 1) математическое ожидание; 2) дисперсию; 3) среднеквадратическое отклонение.

51.

X	-2	-1	0	1	2	3	4
P	0,1	0,1	0,1	0,3	0,1	0,1	0,2

52.

X	-1	1	2	3	4	5	6
p	0,4	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

53.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
p	0,1	0,1	0,1	0,1	0,4	0,1	0,1

54.

X	1	2	3	4	5	6	7
p	0,3	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1

55.

X	2	4	6	8	10	12	14
p	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,3	0,1

56.

X	-4	-2	0	2	4	6	8
p	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,3

57.

X	1	3	5	7	9	11	13
p	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2

58.

X	-2	-1	0	1	2	3	4
p	0,15	0,1	0,1	0,15	0,1	0,1	0,3

59.

X	-2	0	2	4	6	8	10
p	0,3	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1

60.

X	1	2	3	4	5	6	7
p	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,3	0,1

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению задач контрольной работы

Дифференциальное и интегральное исчисление

Функции и пределы.

Повторите понятия функций, области определения и области значений функции. Разберите все способы задания функции, особенно аналитический и графический.

При нахождении области определения функции нужно обратить внимание на радикалы четной степени и знаменатели дробных выражений.

Постоянная величина А называется пределом функции f(x) при x стремящемся к x_0, соответствующие значения функции f(x) сколь угодно мало отличаются от А. Т.е., если при $x \to x_0 f(x) = A$.

Обозначение: $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$

Замечания:

1) x может стремиться не только к конечному числу x_0, но и к бесконечности $(x \to \infty)$;
2) Если $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \infty$, то f(x) называется бесконечно большой функцией при $x \to x_0$;
3) Если $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$, то f(x) называется бесконечно малой функцией при $x \to x_0$;
4) Если f(x) – бесконечно малая (бесконечно большая) при $x \to x_0$,

   то $\dfrac{1}{f(x)}$ - бесконечно большая (бесконечно малая) при $x \to x_0$.

При вычислении пределов используются следующие теоремы:

1) если функция f(x) имеет предел при $x \to a$, то этот предел единственный;
2) предел постоянной величины равен то же постоянной:

   limC = C, где C = const;
3) предел алгебраической суммы конечного числа функций, имеющих конечные пределы, равен алгебраической сумме пределов всех слагаемых:

$$\lim_{x \to a}(f_1(x) + f_2(x) + \ldots + f_n(x)) = \lim_{x \to a} f_1(x) + \lim_{x \to a} f_2(x) + \ldots + \lim_{x \to a} f_n(x);$$

4) предел произведения конечного числа функций, имеющих конечные пределы, равен произведению проделов сомножителей:

$$\lim_{x \to a}(f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \ldots \cdot f_n(x)) = \lim_{x \to a} f_1(x) \cdot \lim_{x \to a} f_2(x) \cdot \ldots \cdot \lim_{x \to a} f_n(x);$$

5) предел частного двух функций, имеющих пределы, равен отношению пределов числителя и знаменателя, если предел знаменателя не равен нулю:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{\varphi(x)}=\frac{\lim\limits_{x\to a}f(x)}{\lim\limits_{x\to a}\varphi(x)}, \text{ если } \lim_{x\to a}\varphi(x)\neq 0;$$

6) постоянный множитель можно выносить за знак предела:

$$\lim_{x\to a}c\cdot f(x)=c\cdot\lim_{x\to a}f(x), \text{ где c = const;}$$

7) функция, заключенная между двумя функциями, имеющими одинаковые пределы, имеет тот же предел:

$$\text{если } \varphi(x)\langle f(x)\langle\psi(x) \text{ и}$$

$$\lim_{x\to a}\varphi(x)=\lim_{x\to a}\psi(x)=B, \text{ то } \lim_{x\to a}f(x)=B.$$

8) Два важных предела:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1 \text{ и } \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e=2{,}718...$$

ПРИМЕР 1. Найдите предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4^{n+1}-7^{n+1}}{4^n+7^n}$

Решение:

Разделим числитель и знаменатель выражения на 7^n. После преобразований получим:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4^{n+1}-7^{n+1}}{4^n+7^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{4\cdot\left(\frac{4}{7}\right)^n-7}{\left(\frac{4}{7}\right)^n+1}=-7.$$

(Так как при $n\to\infty$ выражение $\left(\frac{4}{7}\right)^n$ стремится к нулю по свойству показательной функции с основанием 0<a<1).

ПРИМЕР 2. Найдите предел $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x+5}{2x+5}$

Решение.

Имеем неопределённость вида $\dfrac{\infty}{\infty}$. Чтобы устранить её, разделим числитель и знаменатель на x^2:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}{\frac{2}{x}+\frac{5}{x^2}}=\frac{1+0+0}{0+0}=\frac{1}{0}=\infty .$$

ПРИМЕР 3. Найдите предел $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x+2}-\sqrt{x})$.

Решение.

Имеем неопределённость вида $\infty-\infty$. Чтобы раскрыть её, умножим и разделим выражение в скобках на сопряженное ему выражение $\sqrt{x+2}+\sqrt{x}$. Получим:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x+2}-\sqrt{x})(\sqrt{x+2}+\sqrt{x})}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x+2-x}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}=\frac{2}{\infty}=0 .$$

ПРИМЕР 4. Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{tg\,5x}$

Решение.

Имеем неопределенность вида “0/0”. Подвергнем функцию преобразованию, чтобы получить возможность использовать первый замечательный предел;

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\frac{\sin 5x}{\cos 5x}}=\lim_{x\to 0}\frac{x\cos 5x}{\sin 5x}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos 5x}{\frac{\sin 5x}{x}}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}\cos 5x}{5\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{5x}}=\frac{1}{5\cdot 1}=\frac{1}{5} .$$

ПРИМЕР 5. Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{2}{x})^x$.

Решение.

Имеем неопределённость вида 1^∞ . Чтобы воспользоваться вторым замечательным пределом, преобразуем данную функцию:

$$\lim_{x\to\infty}(1-\frac{2}{x})^x=\lim_{x\to\infty}(1+\frac{(-2)}{x})^x=e^{-2}=\frac{1}{e^2} .$$

Производная и её приложения

Производной функции у f(x) в точке х называется предел отношения функции Δy к приращению аргумента Δx, если Δx стремится к нулю:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) = y'$$

Физический (механический) смысл производной – скорость изменения функции в данный момент времени.

Геометрический смысл производной – угловой коэффициент касательный к графику функции $y = f(x)$ в точке касания х, то есть тангенс угла наклона касательной к оси Ох.

Функция может иметь производную в точке $x = x_0$, если она определена в некоторой окрестности этой точки и в самой точке.

Необходимым условием существования производной в данной точке является непрерывность функции в этой точке. Действие нахождения производной функции называется дифференцированием функции. При решении задач используются правила и таблица формул дифференцирования, которые нужно твердо знать.

Наряду с понятиями производной широко используется понятие дифференциала функции:

$dy = f'(x)dx$

Причем:

$\Delta y \approx \Delta\, dy$; $\Delta x = dx$, откуда следует:
$f(x+ \Delta x) – f(x) \approx f'(x)\, \Delta x$ или
$f(x+ \Delta x) = f(x) + f'(x)\, \Delta x$ – эту формулу используют для приближенных вычислений функции при небольших изменениях аргумента.

Существует связь между знаком производной функции на интервале с её возвращением и её убыванием на этом интервале: если на некотором интервале $f'(x) > 0$, то функция возрастает на этом интервале; если же $f'(x) < 0$, то функция убывает на этом интервале. С этим связано нахождение экстремумов функции (точек максимума и минимума). Точка $x = x_0$, является точкой экстремума функции $y = f(x)$, если $f'(x) = 0$ или не существует (необходимое условие экстремума). Достаточное условие экстремума функции в точке $x = x_0$ – изменение знака её первой производной при переходе через точку.

Производная от первой производной называется второй производной. Её механический смысл – ускорение в данный момент времени, а геометрический – выпуклость или вогнутость графика функции $y = f(x)$ в данной точке х.

Основные правила и формулы дифференцирования функций:

1. y = u + v,   y = u' + v' .
2. y = u · v,   y' = u' · v + u · v' .
3. $y = \frac{u}{v}$, $y' = \frac{u'v+uv'}{v^2}$
4. y = c,   y' = 0 (здесь с – постоянная величина).
5. $y = x^n$, $y' = n \cdot x^{n-1}$
6. $y = a^x$, $y' = a^x \cdot \ln a$
7. $y = e^x$, $y' = e^x$
8. $y = \log_a x$, $y' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$
9. $y = \ln x$, $y' = \frac{1}{x}$
10. y = sinx,   y' = cosx
11. y = cosx,   y' = -sinx
12. $y = \operatorname{tg} x$, $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$
13. $y = \operatorname{ctg} x$, $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
14. $y = \arcsin x$, $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
15. $y = \arccos x$, $y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
16. $y = \operatorname{arctg} x$, $y' = \frac{1}{1+x^2}$
17. $y = \operatorname{arcctg} x$, $y' = -\frac{1}{1+x^2}$

ПРИМЕР 1. Продифференцировать функцию: $y = \arcsin^5(\cos(2-4x))$.

Решение.

Находим производную данной функции по правилам дифференцирования сложной функции:

$$y' = 5\arcsin^4(\cos(2-4x)) \cdot (\arcsin(\cos(2-4x)))' = 5\arcsin^4(\cos(2-4x)) \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2(2-4x)}} \times$$

$$\times (\cos(2-4x))' = \frac{5\arcsin^4(\cos(2-4x))}{\sin(2-4x)} \cdot (-\sin(2-4x)) \cdot (-4) = 20\arcsin^4(\cos(2-4x)).$$

ПРИМЕР 2.

Исследовать функцию $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 5$ и построить её график.

Решение

При исследовании функции методами дифференцированного исчисления необходимо: а) найти область определения функции; б) исследовать функцию на непрерывность; в) найти точки пересечения графика функции с осями координат; г) определить интервалы возрастания и убывания функции и точки её экстремума; д) найти интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции.

А) Область определения данной функции является множество всех действительных чисел.

Б) Данная функция является элементарной, поэтому она непрерывна на своей области определения, то есть на интервале $(-\infty;\infty)$.

В) Для нахождения точки пересечения графика функции с осью Оу подставим в уравнение функции x = 0. Тогда y = 5. Значит, график функции пересечет ось Оу в точке А(0; 5).

Для определения точки пересечения исследуемой кривой с осью Ох следует решить уравнение $\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 5 = 0$. Из-за отсутствия целочисленных корней этого уравнения его решение громоздко (оно может быть найдено, на пример, по формулам Кардано) и не приводится здесь.

Г) Для нахождения интервалов возрастания и убывания функции воспользуемся следующими достаточными признаками : если производная дифференцируемой функции положительна (отрицательна) на некотором интервале, то функция возрастет (убывает) на этом интервале.

Продифференцируем данную функцию:

$y' = x^2 - 2x - 3$

Корнями производной являются $x_1 = -1$, $x_2 = 3$(критические точки первого рода).

Определим промежутки знакопостоянства производной y', используя метод интервалов . На числовой оси отметим в порядке возрастания критические значения $x_1 = -1$, $x_2 =$ 3аргумента x (в этих точках производная данной функции обращается в нуль) (рис. 1).

Рис. 1. Промежутки знакопостоянства производной

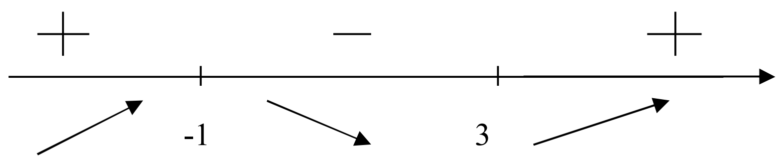

Рис.1

Данная функция возрастает на интервалах $(-\infty;-1)$ и $(3;\infty)$ (здесь производная y' положительная) и убывает на интервале (-1; 3) (здесь y' < 0).

Для исследования критических точек $x_1 = -1$ и $x_2 = 3$ на экстремум воспользуемся первым достаточным признаком экстремума функции : если функция f(x) дифференцируема в точке x_0 и её окрестности и её производная f'(x) слева от этой точки положительная (отрицательна), а справа – отрицательная (положительна), то в точке x_0 функция f(x) имеет максимум (минимум).

При переходе через точку x_1 = -1 производная y' меняет свой знак с плюса на минус, поэтому в этой точке функция имеет максимум

$$y_{\max} = y(-1) = 6\frac{2}{3}$$

Значит, В $\left(-1;\ 6\frac{2}{3}\right)$ - точка максимума.

Так как при переходе через точку $x_2 = 3$ производная y' меняет свой знак минуса на плюс, то С(3; -4) точка минимума.

д) Для определения интервалов выпуклости и вогнутости и точек перегиба графика функции используем следующие достаточные признаки : если вторая производная f''(x) дважды дифференцируемой функции f(x) положительна (отрицательна) в каждой точке интервала график функции f(x) является вогнутым (выпуклым); если $x_0 \in (a; b)$ и f''(x_0) = 0 либо f''(x_0) не существует и при переходе через точку x_0 вторая производная меняет свой знак, то M (x_0 ; f(x_0)) – точка прегиба кривой y = f(x).

Найдем вторую производную данной функции:

y'' = 2x – 2

y'' = 0 при x = 1 (критическая точка второго рода). На интервале $(-\infty; 1)$ вторая производная отрицательна, поэтому график функции на этом интервале является выпуклой кривой; y'' > 0 при $x_0 \in (1; \infty)$, поэтому график функции вогнут на этом интервале. Так как при переходе через точку x = 1 вторая производная меняет свой знак, то x = 1 вторая производная меняет свой знак, то x = 1 есть абсцисса точки $D\left(1;\ 1\frac{1}{3}\right)$ перегиба кривой.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;-1)$	1	$(1;\ 3)$	3	$(3;\ \infty)$
y	Возрастает выпукла	max	Убывает выпукла	перегиб	Убывает вогнута	min	Возрастает вогнута
y'	+	0	-	-	-	0	+
y''	-	-	-	0	+	+	+

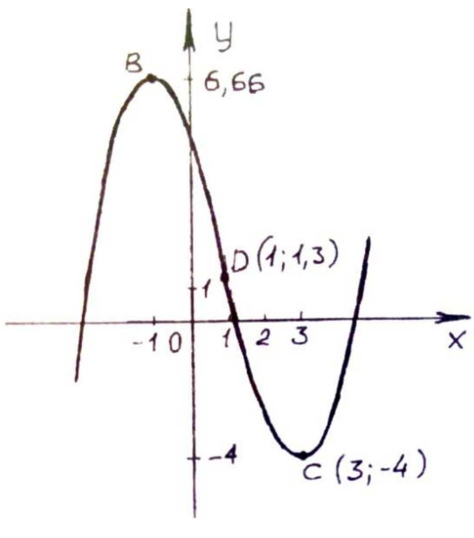

Рис.2

Интеграл и его приложения

Неопределенный интеграл

Введем понятия *первообразной* данной функции. Функция F (x) называется первообразной данной функции f (x) на заданном промежутке, если $F^{/}$=f(x) в любой точке этого промежутка. Любые две первообразные F_1 (x) и F_2 (x) данной функции f (x) отличаются друг от друга на произвольную постоянную величину: F_1 (x)-F_2 (x)=C=const.

Совокупность первообразных данной функции f(x) называется ее *неопределенным интегралом* и обозначается:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Таким образом, интегрирование – это отыскание совокупности первообразных функций по заданной ее производной.

Основные свойства неопределенного интеграла

1. $\int[f(x \pm \varphi(x))]$=$\int$ f(x)dx $\pm \int \varphi(x)$dx;
2. $\int$ Af(x)dx = A $\int$ f(x)dx, где A=const;
3. ($\int$ f(x)dx)$^{/}$=f(x);
4. d $\int$ f(x)dx = f(x)dx;
5. $\int$ dF(x) = F(x) + C;

Если $\int$ f(x) dx = F(x) + C и u = φ(x);

6. То $\int$ f(u)du = F(u) + C

Определенный интеграл

Пусть функция f(x) определена и непрерывна на некотором отрезке $a \leq x \leq b$. *Определенным интегралом* от функции f(x) на отрезке $a \leq x \leq b$ называется предел интегральной суммы

$$\lim_{max\,\Delta x_{k\to 0}} \sum_{k\to 1}^{n} k(\xi_k)\,\Delta x_k = \int_a^b f(x)dx$$

где n- число разбиений отрезка $[a; b]$ на частичные отрезки $\boldsymbol{\Delta x_k}$, $\boldsymbol{\xi_k}$ – произвольные точки в каждом частичном отрезке.

Для вычисления определенного интеграла от функции f(x) на отрезке [a;b] служит формула Ньютона-Лейбница, связывающая определенный интеграл с неопределенным через первообразную.

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a).$$

Для нахождения интегралов необходимо твердое знание основных формул интегрирования (табличных интегралов).

Приложения определенного интеграла

Определенный интеграл широко применяется при вычислениях различных геометрических и физических величин, например, площади фигур, объема тел вращения, пути, пройденного точкой и ее скорости.

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$, где $n \neq 1$.
2. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$.
3. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.
4. $\int e^x dx = e^x + C$.
5. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.
6. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
7. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$.
8. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$.
9. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C$.
10. $\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\arcsin\frac{x}{a} + C$.
11. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$.
12. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right| + C$.

ПРИМЕР 1. Найти неопределённый интеграл $I = \int x^4 \cdot \sqrt[4]{1-3x^5}\,dx$.

Решение.

Введем подстановку $t = 1-3x^5$, откуда $dt = -15x^4dx$. Тогда $I = -\frac{1}{15}\int \sqrt[4]{t}\,dt$. Находим полученный табличный интеграл и возвращаемся к прежней переменной:

$$I = -\frac{1}{15}\int t^{\frac{1}{4}}dt = -\frac{1}{15}\cdot\frac{t^{\frac{5}{4}}}{\frac{5}{4}} + C = -\frac{4}{75}\sqrt[4]{t^5} + C = -\frac{4}{75}\sqrt[4]{(1-3x^5)^5} + C.$$

ПРИМЕР2. Найти неопределённый интеграл $I = \int \frac{x^2dx}{7x^3+1}$.

Решение.

Подведем под знак дифференциала знаменатель подынтегральной дроби:

$$I=\int\frac{\frac{1}{21}d(7x^3+1)}{7x^3+1}=\frac{1}{21}\int\frac{d(7x^3+1)}{7x^3+1}=\frac{1}{21}\ln\left|7x^3+1\right|+C.$$

ПРИМЕР 3. Найти неопределённый интеграл $I=\int x\,arctg\,x\,dx$.

Решение.

Применим формулу интегрирования по частям: $\int udv=uv-\int vdu$. В данном случае: $u=arctg\,x, dv=x\,dx, du=\frac{dx}{1+x^2}, v=\frac{x^2}{2}$. Подставляя эти выражения в формулу, получим:

$$I=\frac{x^2}{2}arctg\,x-\int\frac{x^2}{2(1+x^2)}dx=\frac{x^2}{2}arctg\,x-\frac{1}{2}\int\left(1-\frac{1}{1+x^2}\right)dx=\frac{x^2}{2}arctg\,x-\frac{x}{2}+\frac{1}{2}arctg\,x+C$$

.

ПРИМЕР 4. Вычислить площадь фигуры ограниченной параболой $y=x^2+2*x-1$ и прямой $y=-x-1$.

Решение

Площадь S фигуры ограниченной снизу кривой $y=f_1(x)$, сверху – кривой $y=f_2(x)$, слева и справа соответственно прямыми x=a, x=b, вычисляется по формуле

$$S=\int_A^B\left[f_2(x)-f_1(x)\right]dx$$

Найдем точки пересечения параболы и прямой, решив систему уравнений:

$\begin{cases} y=x^2+2x-1; \\ y=-x-1; \end{cases}$ откуда имеем:

$x_1=-3, \quad x_2=0.$

$y_1=2, \quad y_2=-1.$

Значит, парабола и прямая пересекаются в точках A(-3;2) и B(0;-1) (рис.3)

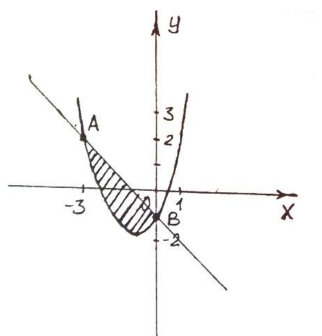

Рис.3

Подставив в формулу (1) $f_1(x) = x^2 + 2 \cdot x - 1, \quad f_2(x) = -x - 1, \quad a = -3, b = 0$, получим:

$$S = \int_{-3}^{0} \left[(-x-1) - \left(x^2 + 2x - 1 \right) \right] dx = \int_{-3}^{0} \left(-x^2 - 3x \right) dx = -\left[\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right] = \frac{(-3)^3}{3} + \frac{3 \cdot (-3)^2}{2} = 4{,}5(\textit{кв.ед.})$$

Основы теории вероятностей и математической статистики

К числу основных понятий теории вероятностей относятся: событие, вероятность события и относительная частота появления события при испытаниях.

Математическая статистика - это раздел математики, который изучает методы сбора, систематизации, обработки и использования статистических данных для принятия решений. Сущность математической статистики заключается в установлении закономерностей, которым подчинены массовые случайные явления.

С каждым опытом можно связать множество всех взаимно исключающих друг друга исходов.

Это множество называется пространством элементарных исходов (ПЭИ).

Числовая функция, определенная на пространстве элементарных исходов, называется *случайной величиной.* Функция, ставящая в соответствие каждому значению x случайной величины X вероятность P(X) = x, с которой она принимает это значение, называется *законом распределения* случайной величины.

Сумма произведений значений случайной величины на соответствующие вероятности называется математическим ожиданием или средним значением случайной величины X и обозначается MX:

$$MX = X_1P_1 + \ldots + X_nP_n.$$

Свойства математического ожидания:

1) M(X + Y) = MX + MY;
2) если C = const, то MC = C; M (CX) = CMX;
3) M(X-Y) = MX-MY.

Далее необходимо усвоить определения числовых характеристик случайных величин, уяснить их смысл (математическое ожидание характеризует среднее значение возможных значений случайной величины, а дисперсия и среднее квадратичное отклонение - рассеяние возможных значений вокруг математического ожидания) и научиться уверенно их вычислять.

ПРИМЕР . Задан закон распределения дискретной случайной величины:

X	3	8	13	18	23
P	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

Вычислить: 1) математическое ожидание; 2) дисперсию; 3) среднее квадратичное отклонение.

Решение

1) Математическое ожидание дискретной случайной величины вычисляется по формуле

$$M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Подставляя данные задачи в эту формулу, получим,

$$\mathrm{M(X)} = 3 \cdot 0{,}3 + 8 \cdot 0{,}3 + 13 \cdot 0{,}2 + 18 \cdot 0{,}1 + 23 \cdot 0{,}1 =$$

$$= 0{,}9 + 2{,}4 + 2{,}6 + 1{,}8 + 2{,}3 = 10$$

2) Дисперсия дискретной случайной величины вычисляется по формуле

$$D(X) = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - M(X)\right)^2 p_i$$

Подставляя значения x_i и p_i получим

$$\mathrm{D(X)} = (3 - 10)^2 \cdot 0{,}3 + (8 - 10)^2 \cdot 0{,}3 + (13 - 10)^2 \cdot 0{,}2 +$$

$$+ (18-10)^2 \text{-} 0{,}1 + (23-10)^2 \text{-} 0{,}1 =$$

$$= 14{,}7 + 1{,}2 + 1{,}8 + 6{,}4 + 16{,}9 = 41$$

4) Среднее квадратичное отклонение

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{41} \approx 6{,}4$$

ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Практическое занятие 1.

Дифференциальное и интегральное исчисление: нахождение производных, нахождение интегралов с помощью непосредственного интегрирования и метода замены.

Практическое занятие 2.

Дифференциальные уравнения: решение диф. уравнений с разделяющимися переменными, решение дифференциальных уравнений II порядка с постоянными коэффициентами.

Практическое занятие 3.

Ряды: определение сходимости числовых рядов.

Практическое занятие 4.

Вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей: применение теорем сложения и умножения вероятностей при решении задач.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЭКЗАМЕНУ

1. Производная функции. Геометрический и физический смысл производной.
2. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Метод подстановки в неопределенном интеграле.
3. Определенный интеграл. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
4. Определение дифференциального уравнения I-го порядка с разделяющимися переменными.
5. Линейные дифференциальные уравнения I-го порядка.
6. Неполные дифференциальные уравнения II-го порядка.
7. Линейные однородные уравнения II-го порядка с постоянными коэффициентами.
8. Дифференциальные уравнения в частных производных.
9. Определение числового ряда. Свойства рядов.
10. Признак сходимости по Даламберу.
11. Разложение подинтегральной функции в ряд. Степенные функции Маклорена.
12. Понятие комбинаторной задачи. Факториал числа.
13. Виды соединений: размещения, перестановки, сочетания и их свойства.
14. Случайный эксперимент, элементарные исходы, события.
15. Определение вероятности: классическое, статистическое, геометрическое: условная вероятность.
16. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности.
17. Случайные величины. Закон распределения, числовые характеристики.
18. Математическое ожидание, дисперсия.
19. Формулы прямоугольников. Формула трапеций. Формула Симпсона.
20. Абсолютная погрешность при численном интегрировании.
21. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Ньютона.
22. Интегральная кривая. Метод Эйлера.

Заключение

В заключение следует отметить, что контрольная работа, предусмотренная программой дисциплины «Математика», имеет цель:

- закрепить и углубить теоретические знания, полученные студентами-заочниками на учебных занятиях;
- развить навыки самостоятельной работы с учебником, дополнительной литературой, материалами Интернет.

Практические работы могут проводиться параллельно с изучением теоретической части учебного материала или после изучения темы.

Список источников

1. Аверьянов Д.И., Математика: Большой справочник для школьников и поступающих в вузы/ Д.И. Аверьянов, П.И. Алтынов, И.И. Баврин и др. – М.: Дрофа, 2000. –60с.
2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике [Электронный ресурс]. М.: Высш. шк., 2003. –50 с.
3. Вентцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей.: Учебное пособие для студентов втузов/ Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров.- 5-е изд., испр.- М.: Издательский центр «Академия», 2004.-448с.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для студ. вузов/ Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 20 с.
5. Дадаян А.А. Математика. М: Форум, 2003. – 100 с.
6. Ивлев Б.М. Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 11 класса / Ивлев Б.М., С.М. Саакян, С.И. Шварцбурд.- М.: Просвещение , 2003.-192 с.
7. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Том 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 5 с.
8. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 50 с.
9. Якушева Г.М. Большая математическая энциклопедия / Г.М. Якушева и др.-М.: филол. о-во «Слово» : ОЛМА_ПРЕСС, 2004.-639 с.
10. Математика в школе [Электронный ресурс]: ежемесячный журнал - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

Интернет-ресурсы:

1. Образовательный математический сайт [Электронный ресурс]: сайт. – Режим доступа: http://www.exponenta.ru
2. Математический анализ [Электронный ресурс]: сайт. – Режим доступа: http://www.math24.ru
3. Математический портал [Электронный ресурс]: сайт. – Режим доступа: http://www.allmath.ru